Programma Complementi di Metodi Matematici per la Fisica
(AA 2012-2013 - Prof. L. Chierchia)

Introduzione alle equazioni alle derivate parziali ([E], cap 1).
Metodo della separazione dele variabili (cenni): serie di Fourier. L'equazione del trasporto ([E], Sez 2.1).
Enunciato del teorema della divergenza in R^n. Superifici di classe C^k. Vettori tangenti ad una superficie in R^n; normale; normale esterna; misura di superficie.
Calcolo in R^n: integrazione per parti; identità di Green; coordinate polari (integrazione).
Calcolo del Laplaciano in coordinate radiali. Funzioni armoniche a simmetria sferica.
Soluzione fondamendale dell'equazione di Laplace.
La convoluzione con la soluzione fondamentale risolve l'equazione di Poisson.
Proprietà del valor medio (su sfere e bordi sferici).
Caratterizzazione delle funzioni armoniche in termini di proprietà del valor medio.
Enunciato del principio del massimo (e massimo forte).
Topologia e connessione.
Convoluzioni e nucleo regolarizzante standard.
Le funzioni armoniche sono C∞.
Stima sulla derivata in termine del massimo della funzione di funzioni armoniche.
Teorema di Liouville.
Disuguaglianza di Harnack.
Definizione di funzione di Green.
Formula di rappresentazione per soluzioni del problema di Poisson-Dirichlet.
Formulazione variazionale del problema di Dirichlet (principio di Dirichlet).
Soluzione fondamentale dell'equazione del calore.
Soluzione del problema di Cauchy su R^n.
Il problema inomogeneo (principio di Duhamel).
Dimostrazione elementare del principio del massimo debole per funzioni C2 subarmoniche [J, p. 103].
Principio del massimo debole per soluzioni dell'equazione del calore su domini parabolici limitati.
Principio del massimo debole per soluzioni dell'equazione del calore su Rn x (0,∞).
Regolarità delle soluzioni dell'equazione del calore.
Soluzione per serie di Fourier del problema della corda vibrante (con estremi fissi).
Riduzione del problema di Cauchy per l'equazione delle onde al caso con profilo iniziale nullo.
Formula di D'Alembert.
Unicità per il problema misto in R^n col metodo dell'energia.
Propagazione finita del segnale per soluzioni dell'equazione delle onde in dimensione arbitraria (con il metodo dell'energia).
Trasformata di Fourier in R^n: proprietà fondamentali.
La classe di Schwartz.
Soluzione generale del problema di Cauchy per l'equazione delle onde in dimensione arbitraria con il metodo della trasformata di Fourier (dati iniziali in classe Schwartz).
Soluzioni del problema di Cauchy per le onde in R^3: espressione esplicita in termine di medie sferiche.
Funzioni regolari a supporto compatto che valgono 1 su una sfera e zero al di fuori di una sfera più grande (costruzione esplicita).
Verifica diretta dell'equazione delle onde.
Invarianza per rotazioni dell'integrazione su bordi sferici (esercizio).
Il metodo della discesa: espressione esplicita in termine di medie sferiche per n=2.
Integrazione su m-superifici in R^n date in forma parametrica; il caso m=1 e m=n-1, il caso m=2, n=3.
Invarianza per rotazioni dell'integrale sul bordo di sfere.